

Travaux Pratiques Débutants
Expérience no. 2

TIR :
Mesure de la vitesse d'un projectile

Assistant responsable :
Tobias Gresch (307)

Résumé

Dans cette expérience la vitesse d'un projectile est déterminée par des différentes méthodes de mesure. Puis les résultats seront comparés et les incertitudes seront discutées.

Table des matières

1	Introduction	3
2	Méthode I : Pendule balistique	3
2.1	Description de la méthode	3
2.2	Travail pratique	4
3	Méthode II : Les disques	5
3.1	Description de la méthode	5
3.2	Travail pratique	5
4	Méthode III : Décharge d'un condensateur	6
4.1	Description de la méthode	6
4.2	Travail pratique	8
5	Discussion	8
A	Photos illustrant les montages	9
B	Préparation	11
C	Calcul d'erreur	11
D	Liste du matériel	12

Table des figures

1	Dessin schématique d'un pendule balistique.	4
2	Dessin schématique du principe de mesure de la méthode 2.	6
3	Schéma électrique pour l'expérience 3.	7
4	Evolution de la tension dans le temps.	7
5	Photo de l'expérience	9
6	Photo de disques	10
7	Photo montrant le peigne à fabriquer	10

1 Introduction

La mesure de la vitesse de translation v d'un corps en mouvement, de masse m , peut être faite de plusieurs façons :

1. La méthode la plus courante consiste en la mesure du temps Δt nécessaire au mobile pour franchir une distance connue Δs , et donc la vitesse moyenne sera donnée par :

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (1)$$

2. La masse étant connue, la mesure de l'impulsion $p = mv$ (par exemple à l'aide d'un pendule balistique) fournit la vitesse v .
3. Une autre possibilité consiste en la mesure de l'énergie cinétique $T = \frac{1}{2}mv^2$ qui exige, en principe, des essais de freinage.

Dans cette expérience trois méthodes de mesures seront appliquées à la détermination de la vitesse d'une balle de pistolet. Deux méthodes consistent à mesurer le temps dont la projectile a besoin pour parcourir une distance connue, la troisième consiste à mesurer l'impulsion du projectile à l'aide d'un pendule balistique.

2 Méthode I : Pendule balistique

2.1 Description de la méthode

Cette méthode de détermination de la vitesse repose sur la loi de l'impulsion. La figure 1 montre une illustration schématique de l'expérience. On tire une balle de pistolet de masse m_k et de vitesse v_k , de façon à ce que la balle reste incrustée dans le pendule. Le pendule reçoit une impulsion à partir de laquelle on peut calculer la vitesse initiale de la balle. La vitesse du pendule est nulle avant le choc et égale à v_p après le choc. On admet que le choc est complètement inélastique et donc on peut écrire d'après la loi de l'impulsion :

$$m_k \cdot v_k = (m_k + m_p) \cdot v_p \implies v_k = \frac{m_k + m_p}{m_k} \cdot v_p \quad (2)$$

Pour déterminer la vitesse du pendule v_p juste après le choc on va utiliser le fait que celui-ci va osciller avec une fréquence

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (3)$$

où g est l'accélération due à la pesanteur (9.81 m/s^2) et l est la longueur du pendule. Le mouvement oscillatoire est décrit par la relation

$$s = a \cdot \sin(\omega t) \quad (4)$$

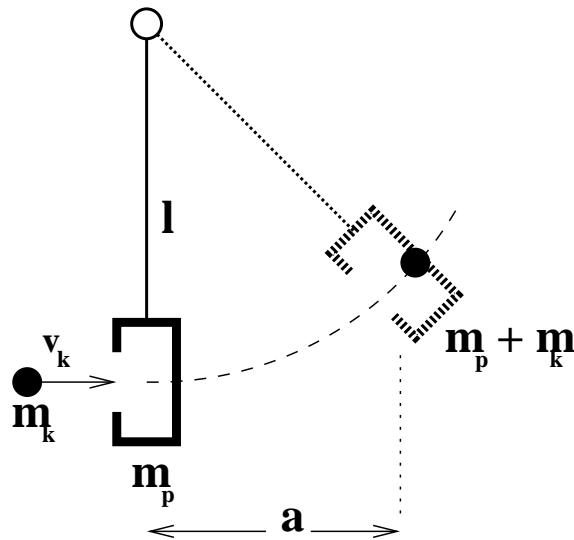


FIG. 1 – Dessin schématique d'un pendule balistique.

où s est l'élongation et a est l'amplitude (élongation maximum). La vitesse est alors

$$v_p = \frac{ds}{dt} = a\omega \cdot \cos(\omega t) \quad (5)$$

et en particulier au moment du choc ($t = 0$)

$$v_p|_{t=0} = a\omega = a \frac{2\pi}{T} \quad (6)$$

En insérant (6) dans (2) on trouve alors :

$$v_k = \frac{m_k + m_p}{m_k} a \frac{2\pi}{T} \quad (7)$$

2.2 Travail pratique



1. Pesez le pendule.
2. Suspendez-le avec les deux ficelles qui descendent du plafond.
Attention ! Montez le pendule tel que le trou soit en avant.
3. Montez la règle sur l'axe et alignez-la avec l'aiguille du pendule.
4. Stabilisez pendule aussi bien que possible.
5. Tirez sur le pendule et lisez l'amplitude a de la première oscillation.
6. Mesurez la période de l'oscillation. Pour augmenter la précision de la mesure, mesurez le temps pour N oscillations et après divisez le temps mesuré par le nombre d'oscillations (i.e. $N = 10$).
7. Calculez la vitesse v_k du projectile.

3 Méthode II : Les disques

3.1 Description de la méthode

La mesure du temps s'effectue par une méthode de comparaison. Nous comparons la vitesse du projectile avec celle de deux disques de papier en rotation. La figure 2 montre le principe de mesure. Deux disques qui se trouvent à une distance d l'un de l'autre tournent avec une fréquence de f tours par seconde et sont percés par le même coup de feu. La balle parcourt la distance d avec une vitesse v_k en un temps :

$$\Delta t = \frac{d}{v_k} \quad (8)$$

Pendant ce temps, les disques tournent d'un angle :

$$\Delta \varepsilon = \Delta t \cdot f \cdot 360^\circ \quad [^\circ] \quad (9)$$

En utilisant ces deux relations on peut exprimer la vitesse du projectile par :

$$v_k = \frac{d \cdot f \cdot 360^\circ}{\Delta \varepsilon} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (10)$$

3.2 Travail pratique

1. Montez les disques sur la tige. Les disques en carton doivent être coincés entre les plaques métalliques. Serrez bien les vis pour que les disques ne bougent pas par rapport à la tige.
2. Déterminez la distance d entre les deux disques.
3. Mettez des points de référence sur les disques et montez-les de façon alignée par rapport aux points de référence. **Alternativement vous pouvez tirer une première fois sur les disques avec le moteur au repos et marquer les trous comme étant points de référence.**
4. Utilisez le résultat de la première expérience pour déterminer la fréquence de rotation maximale pour les disques ($\Delta \varepsilon = 360^\circ$).
5. Tirez deux fois avec des fréquences de rotation des disques différentes. Entre les deux tirs arrêtez les disques pour marquer les deux trous déjà utilisés.

NOTE : Pour mesurer la fréquence de rotation utilisez le stroboscope. Enclenchez-le et ajustez la fréquence du stroboscope jusqu'à ce que vous voyez une image stationnaire avec **un seul** trait noir. Il est conseillé de partir avec une fréquence haute (i.e. 3500 RPM) et de diminuer celle-ci ensuite. Pour avoir une idée des fréquences : Le moteur n'arrive pas à dépasser les 3500 RPM. Puis lisez la vitesse de rotation (en rotations par minute) sur l'échelle.

6. Démontez les disques et mesurez les angles, déterminez les vitesses v_k correspondantes. On vous conseille de mettre un disque sur l'autre en ajustant les deux points de référence et de marquer les trous du disque devant sur celui derrière. Ceci vous facilite la mesure des angles.

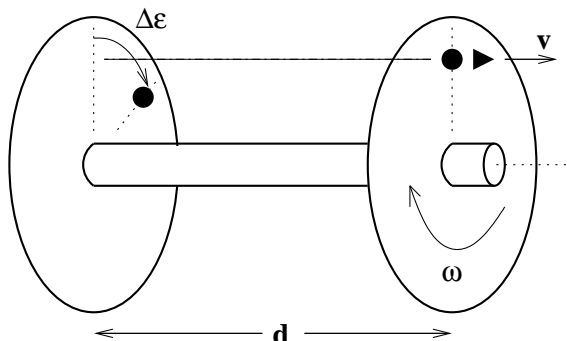


FIG. 2 – Dessin schématique du principe de mesure de la méthode 2.

4 Méthode III : Décharge d'un condensateur

4.1 Description de la méthode

Dans cette méthode la vitesse du projectile est mesurée en utilisant un dispositif tel qu'il est montré dans la figure 3. Le circuit fonctionne de la manière suivante : En état stationnaire (les deux fils conduisent encore) la capacité C est chargée et à ses bornes on retrouve la tension de l'alimentation. Un courant constant $I = V_0/R$ traverse la résistance R . Maintenant, quand le projectile coupe le premier fil, le condensateur se décharge à travers la résistance jusqu'à ce que le deuxième fil soit coupé aussi. La figure 4 montre l'évolution temporelle de la tension aux bornes du condensateur. Donc, en connaissant la caractéristique de décharge du condensateur et en mesurant la tension finale sur ces bornes, on peut déterminer le temps pendant lequel il a été déchargé et donc la vitesse du projectile.

On peut montrer que, lorsque un condensateur d'une capacité C est déchargé à travers une résistance R , la tension aux bornes du condensateur suivent une loi exponentielle

$$V(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (11)$$

où V_0 est la tension initiale ($t = 0$). En mesurant la tension au départ et à la fin on peut donc trouver le temps de décharge $\Delta t = t_1 - t_0$:

$$\Delta t = RC \ln \frac{V_0}{V_1} \quad (12)$$

Ce qui nous permet de calculer la vitesse v_k du projectile en utilisant l'équation (8).

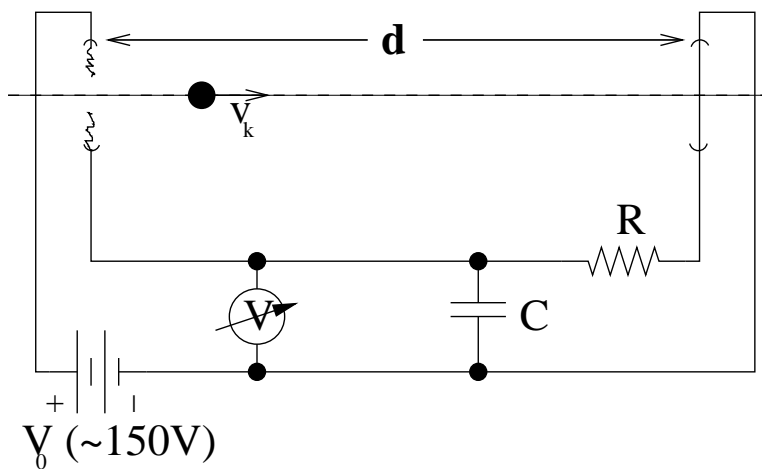


FIG. 3 – Schéma électrique pour l'expérience 3.

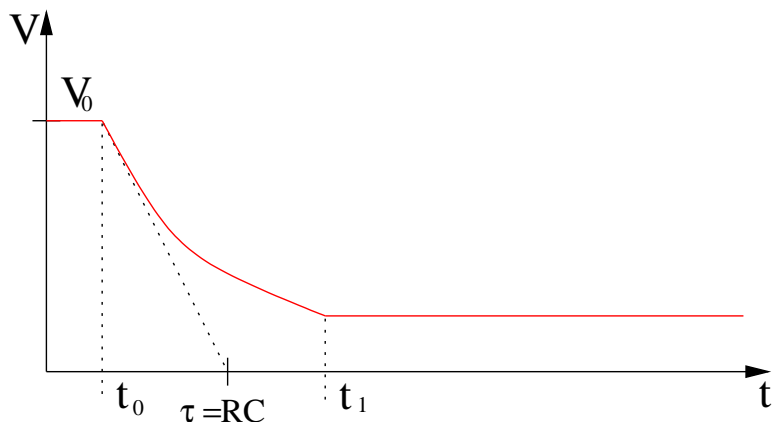


FIG. 4 – Evolution de la tension dans le temps.

4.2 Travail pratique

1. Préparez les “peignes” de fil en cuivre. N’oubliez pas d’enlever l’isolation sur les deux extrémités du fil avec du papier de verre. Il suffit de faire un “peigne” de largeur 2 cm, centré au milieu du cadre tel qu’il est montré dans la photo de l’appendice A.
2. Montez les cadres et mesurez la distance d entre les deux “peignes”.
3. Branchez les composants d’après le dessin schématique sur la figure 3. **Attention!** Faites contrôler votre montage par un assistant TPD avant d’enclencher l’alimentation. Sur les bornes de l’alimentation il y a une tension de 130 V ce qui est une tension considérable et peut être dangereux si vous touchez un contact.
4. Mettez le montage sous tension et mesurez V_0 .
5. Tirez et mesurez V_1 .
6. Calculez la vitesse v_k de la balle de pistolet.



5 Discussion

Comparez vos différents résultats. Où sont les incertitudes les plus grandes ? Comment pourriez-vous améliorer la précision sur les mesures ?

A Photos illustrant les montages



FIG. 5 – La photo montre le dispositif de l'expérience du tir.

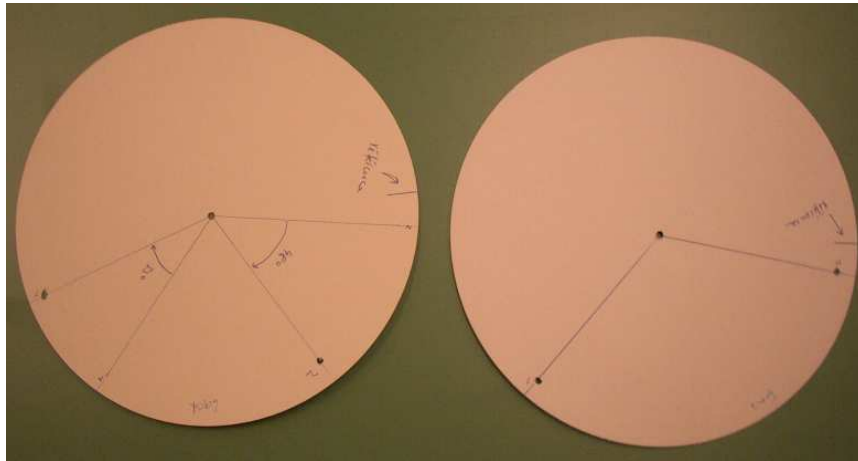


FIG. 6 – Photo après le démontage des deux disques percés par le projectile de pistolet.

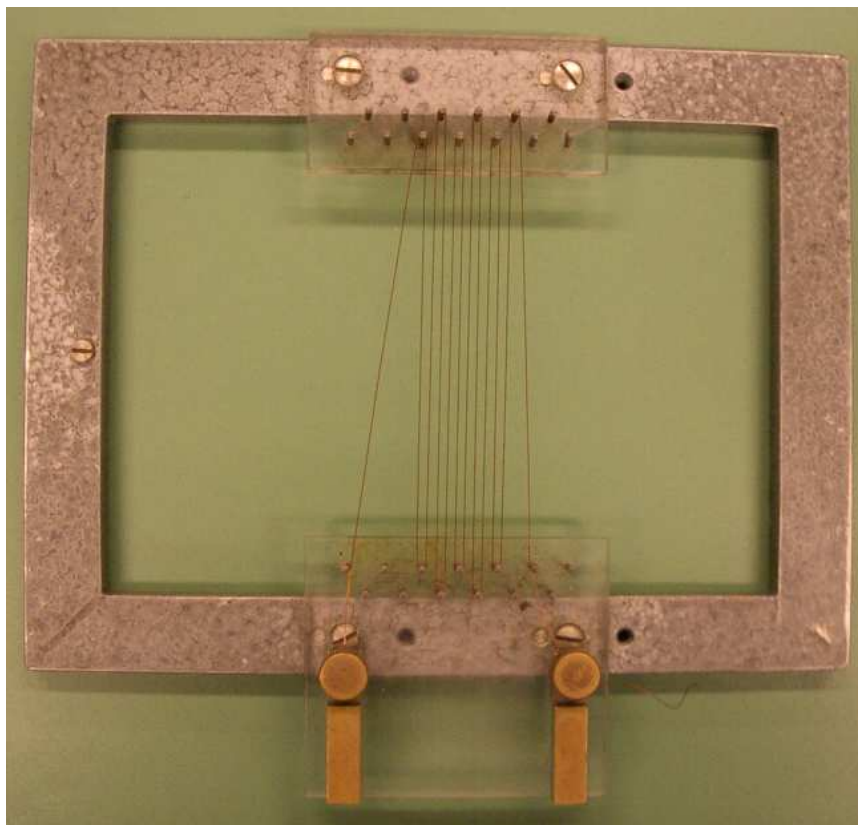


FIG. 7 – Pour la troisième méthode il faut bobiner deux peignes avec du fil de cuivre tel qu'il est montré dans cette photo.

B Préparation

- Lisez attentivement l'introduction et essayez de bien comprendre ce qui est écrit dedans et surtout ce que vous allez devoir faire pendant l'expérience.
- **Questions :**
 1. Supposez que la vitesse du projectile est au maximum $v_k = 200$ m/s et la distance d entre les disques est 1 m. Quelle est la fréquence de rotation maximale des disques si vous voulez qu'ils fassent 1 tour au maximum ?
 2. Pour les mêmes données comme pour la question 1 et une valeur de la résistance de 15 k Ω , calculez la valeur idéale du condensateur en admettant que le temps caractéristique $\tau = RC$ soit égal au temps de vol.

C Calcul d'erreur

Si vous êtes obligés de faire du calcul d'erreur avec cette expérience, voici quelques indications concernant ce sujet.

Cette expérience est assez bien appropriée pour illustrer l'utilité du calcul d'erreur et l'application de la formule de la propagation des erreurs car on vous demande de mesurer la même grandeur physique, notamment la vitesse de déplacement du projectile, par trois différentes méthodes et vous allez trouver trois différentes valeurs. Quelle est alors la valeur la plus "vraie", quelle méthode de mesure est la plus précise ?

Le calcul d'erreur vous permet d'étudier l'influence des différentes grandeurs que vous mesurez sur le résultat final, la vitesse v_k du projectile. Mathématiquement parlant la grandeur cherchée v_k est une fonction qui dépend de plusieurs variables, i.e. $v_k = f(m_k, m_p, a, T)$ pour la méthode I. Une possibilité pour connaître l'erreur Δv_k sur la grandeur cherchée est de calculer l'influence sur celle-ci si vous variez un tout petit peu une des variables d'entrée et de sommer¹ les contributions.

On vous propose donc de procéder comme suit (exemple pour la méthode I en admettant que $\Delta m_k = 0$) :

1. Notez la formule finale sur un papier, i.e. :

$$v_k = f(m_p, a, T) = \frac{m_k + m_p}{m_k} a \frac{2\pi}{T}$$

2. Estimez les erreurs sur les différentes variables qui interviennent :

$$\Delta a = 0.001 \text{ m}, \dots$$

¹Comme il s'agit d'erreurs qui sont indépendantes et qui ne se compensent pas on somme les valeurs absolues.

3. Calculez la dérivée de la fonction par rapport à chaque variable d'entrée en gardant les autres variables constantes (dérivée partielle) :

$$\frac{\partial v_k}{\partial a} = \frac{\partial f(a, m_p = T = \text{cst})}{\partial a} = \frac{m_k + m_p}{m_k} \frac{2\pi}{T}, \dots$$

4. Déterminez les différentes contributions en mettant les valeurs :

$$\left| \frac{\partial v_k}{\partial a} \right| |\Delta a| = \dots$$

5. Sommez les valeurs carrées des différentes contributions et prenez la racine :

$$\Delta v_k = \left| \frac{\partial v_k}{\partial a} \right| |\Delta a| + \dots \quad (13)$$

Indication pour la méthode III :

$$\frac{\partial v}{\partial V_1} = \frac{d}{RC (\ln V_0 - \ln V_1)^2} \frac{\Delta V_1}{V_1}$$

D Liste du matériel

- alimentation CPLN/ET 120VDC, 2A (IPH ALS306)
- stroboscope STROBOTAC 1531-A (IPH DIV011)
- disque spécial pour le stroboscope
- voltmètre TPD, $-200V < U < 200V$, $\pm 0.2\%$
- boîte avec composants électriques
- montage expérimental avec pistolet et support et moteur pour les disques
- pendule pour suspendre
- règle pour monter sur l'axe du montage
- 2 cadres pour bobiner du fil en cuivre
- fil en cuivre, 0.2mm de diamètre
- règle 30cm
- rapporteur pour mesurer les angles
- mètre
- chronomètre
- balles en plomb
- 2 disques en carton